Politechnika
Warszawska
Wydział Fizyki

Proponowane rozwiązania
Matura 2013
FIZYKA
Poziom podstawowy

Autorzy:
prof. dr hab. Jerzy Jasiński
Andżelika Samson
Przemysław Dzięgielewski
Robert Chudek

Warszawa, maj 2013

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C.	D.	A.	C.	B.	A.	C.	A.	B.	D.

Odpowiedzi na pytania zamknięte

Zadanie 11. Dwa pociągi (3 pkt) Pociąg o długości 260 m, jadący z prędkością 30 m/s, mija się z pociągiem o długości 180 m, jadącym w przeciwną. Czas mijania pociągów, liczony od momentu minięcia się ich przodów do momentu minięcia się ich końców, wynosił 8,3 s. Oblicz prędkość drugiego pociągu.

ROZWIĄZANIE:

Prędkość, z jaką pociągi mijały się, jest sumą prędkości obu pociągów, w związku z czym

$$(v_1 + v_2)\, t = l_1 + l_2$$

Po przekształceniu wzoru względem prędkości drugiego pociągu, otrzymujemy wyrażenie

$$v_2 = \tfrac{l_1+l_2}{t} - v_1$$

Po podstawieniu danych liczbowych uzyskujemy wynik w postaci

$$v_2 = \tfrac{260[m]+180[m]}{8{,}3[s]} - 30\left[\tfrac{m}{s}\right] \approx 23,01\left[\tfrac{m}{s}\right]$$

Zadanie 12. Lot orbitalny (3 pkt) Jurij Gagarin przebywał w statku kosmiczny Wostok-1 na orbicie okołoziemskiej ok. 68 minut, co odpowiada torowi od punktu A do punkt B na rysunku. Gdyby Gagarin wykonał pełne okrążenie, to trwałoby ono 89 minut. Wysokość lotu orbitalnego nad powierzchnią Ziemi przyjmijmy jako stałą i równą 240 km. Oblicz, z jaką prędkością poruszał się Wostok-1 i jaką przebył drogę.

ROZWIĄZANIE:

Na początek można przeliczyć drogę, jaką przebyła kapsuła Wostok-1. Aby tego dokonać, należy wyznaczyć prędkość kątową kapsuły z czasu pełnego okrążenia T_p oraz wymnożyć to przez czas przelotu Gagarina. Należy też pamiętać o uwzględnieniu wysokości nad powierzchnią Ziemi.

$$L = \tfrac{2\pi}{T_p} T_G\,(R_Z + h)$$

Po podstawieniu danych liczbowych uzyskujemy odpowiedź o wartości

$$L = \tfrac{2\pi}{89[min]} 68\,[min]\,(6370\,[km] + 240\,[km]) \approx 31732\,[km]$$

Aby wyliczyć prędkość liniową kapsuły na orbicie, wystarczy pomnożyć prędkość kątową przez długość promienia wodzącego

$$v = \tfrac{2\pi}{T_p}\,(R + h) = \tfrac{2\pi}{89[min]}\,(6370\,[km] + 240\,[km])$$

$$v \approx 466,65\left[\tfrac{km}{min}\right] \approx 7,78\left[\tfrac{km}{s}\right]$$

Zadanie 13.1. (2 pkt) Naciągamy cięciwę łuku i wypuszczamy strzałę. Wpisz w pustych polach nazwy rodzajów energii, tak aby diagram poprawnie opisywał przemiany energii w tym procesie.

ROZWIĄZANIE:

Praca mięśni człowieka	$\longrightarrow$	Energia sprężystości łuku	$\longrightarrow$	Energia kinetyczna strzały

Zadanie 13.2. (2 pkt) Praca wykonana przy napinaniu łuku wynosiła 150 J. Oblicz wartość prędkości strzały o masie 40 g wystrzelonej z tego łuku. Pomiń energię związaną z ruchem części samego łuku (np. cięciwy) oraz inne straty energii mechanicznej.

ROZWIĄZANIE:

Zgodnie z treścią zadania, przyjmujemy iż cała energia zmagazynowana w łuku została przeznaczona na wprawienie strzały w ruch. Korzystając ze wzoru na energię kinetyczną ciała w postaci $E_k = \frac{mv^2}{2}$, otrzymujemy wzór na prędkość

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150[J]}{0{,}04[kg]}} \approx 86,6 \left[\frac{m}{s}\right]$$

Zadanie 14.1. (1 pkt) Podaj nazwę zjawiska, które spowodowało większą wartość amplitudy wahań tego ciężarka.

ROZWIĄZANIE:

Zjawiskiem tym jest rezonans mechaniczny drgań.

Zadanie 14.2. (1 pkt) Wykaż, wykonując obliczenia, że okres drgań wahań ciężarka zawieszonego na nici o długości 70 cm wynosi 1,68 s.

ROZWIĄZANIE:

Korzystając ze wzoru na okres drgań wahadła matematycznego postaci $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, podstawiamy podane wartości liczbowe

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}7[m]}{9{,}81\left[\frac{m}{s^2}\right]}} \approx 1,68\,[s]$$

Zadanie 14.3. (2 pkt) Długość szyn na tym odcinku wynosi 25 m. Przyjmijmy, że podczas przejazdu wagonu przez złączenie szyn następował jeden wstrząs wpływający na wychylenie ciężarka, a kolejne wstrząsy następowały w odstępach czasu równych okresowi wahań ciężarka zawieszonego na nici o długości 70 cm. Wiedząc, że okres wahań tego ciężarka wynosi 1,68 s, oblicz prędkość pociągu. Wynik podaj w km/h.

ROZWIĄZANIE:

Aby drgania następowały precyzyjnie do pełen okres wahań ciężarka, wagon musi w tym czasie pokonać odcinek od połączenia do połączenia.

$$v = \frac{L}{T} = \frac{25[m]}{1{,}68[s]} \approx 14,88 \left[\frac{m}{s}\right]$$

Aby przeliczyć otrzymany wynik na km/h wystarczy przemnożyć prędkość przez $3,6$

$$v = 14,88 \left[\frac{m}{s}\right] \cdot 3,6 \left[\frac{km \cdot s}{h \cdot m}\right] \approx 53,6 \left[\frac{km}{h}\right]$$

Zadanie 15.1. (3 pkt) Oblicz ciśnienie gazu po przesunięciu tłoka.

ROZWIĄZANIE:

Przemiana zachodząca w tłoku jest przemianą izotermiczną, zatem można skorzystać z zależności opisującej taką przeminę, przyjmującą postać $pV = const$. Oznacza to, że iloczyn objętości i ciśnienia w tłoku jest zachowany w każdej chwili przemiany.

$$p_1V_1 = p_2V_2$$

Jednocześnie $V_2 = V_1 + \Delta V$ oraz $\Delta V = 50\,[cm^2] \cdot 5\,[cm] = 250\,[cm^3]$. Teraz wystarczy przekształcić relację ciśnienia i objętości oraz podstawić powyższe zależności

$$p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{p_1V_1}{V_1 + \Delta V} = \frac{2 \cdot 10^5 [Pa] \cdot 1000 \left[cm^3\right]}{1000[cm^3] + 250[cm^3]} = 1,6 \cdot 10^5\,[Pa]$$

Zadanie 15.2. (2 pkt) Spośród podanych zdań wybierz dwa poprawnie opisujące tę przemianę.

ROZWIĄZANIE:

c) Energia wewnętrzna gazu się nie zmieniła.
d) Gaz pobrał z otoczenia energię w postaci ciepła.

Zadanie 16.1. (2 pkt) Uzupełnij zdania, wpisując nazwę przyrządu i nazwę zjawiska fizycznego odpowiedzialnego za wystąpienie plamek.

ROZWIĄZANIA:

Opisana płytka nazywana jest *siatką dyfrakcyjną*. Plamki powstają wskutek zjawiska *interferencji*.

Zadanie 16.2. (1 pkt) Gdy zamiast światła zielonego użyto światła czerwonego, odległości między plamkami się zwiększyły. Wyjaśnij przyczynę tej zmiany, korzystając z odpowiednich wzorów.

ROZWIĄZANIE:

Przytoczmy wzór na siatkę dyfrakcyjną $d\ sin\Theta = n\lambda$. Kąt Θ określa w tym wzorze kąt pomiędzy n-tym prążkiem dyfrakcyjnym a "prążkiem zerowym" (przechodzącym prostopadle przez siatkę). Jeśli zatem jako λ_1 oznaczymy długość fali światła zielonego, zaś jako λ_2 długość fali światła czerwonego i policzymy stosunek $\frac{sin\Theta_1}{sin\Theta_2}$, otrzymamy zależność

$$\frac{sin\Theta_1}{sin\Theta} = \frac{\frac{n\lambda_1}{d}}{\frac{n\lambda_2}{d}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Widzimy więc, że stosunek kąta ugięcia Θ dla światła zielonego (~ 550 nm) i światła czerwonego (~ 650 nm) dla tego samego prążka jest równy stosunkowi długości fal światła. Tym samym, jeśli stosunek ten jest mniejszy od 1, to stosunek tych kątów również jest mniejszy od 1

$$\frac{sin\Theta_1}{sin\Theta_2} < 1 \Rightarrow sin\Theta_1 < sin\Theta_2 \Rightarrow \Theta_1 < \Theta_2 \ \wedge \ \Theta_1, \Theta_2 \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$$

Ponieważ dla światła czerwonego kąt ugięcia jest większy, niż dla światła zielonego, to odległość pomiędzy prążkami będzie większa.

Zadanie 16.3. (3 pkt) Oblicz liczbę *wszystkich* plamek, jakie można obserwować na ekranie przy użyciu światła o długości fali 0,53 μm, jeżeli zastosuje się opisaną płytkę.

ROZWIĄZANIE:

Aby rozwiązać to zadanie, wystarczy wyznaczyć wartość n dla $sin\Theta = 1$, gdyż kąt ugięcia nigdy nie przekracza wartości $\frac{\pi}{2}$. W naszym zadaniu stała siatki d wynosi $2\mu m$.

$$d \geqslant n\lambda \Rightarrow n \leqslant \frac{d}{\lambda}$$
$$n \leqslant \frac{2[\mu m]}{0{,}53[\mu m]}$$
$$n \leqslant 3,77$$

Ponieważ n jest liczbą całkowitą, oznacza to, że nie może przyjąć wartości większej, niż 3. Jednocześnie, prążki dyfrakcyjne pojawiają się po obu stronach prążka zerowego w sposób symetryczny. Oznacza to, że dla $n_{MAX} = 3$, mamy 6 prążków rzędu niezerowego oraz prążek rzędu zerowego, razem 7 prążków.

Zadanie 17.1. (2 pkt) Wykonując niezbędne obliczenia i korzystając z podanej tabeli funkcji trygonometrycznych, napisz przybliżoną wartość kąta padania α, dla jakiego zaobserwowano opisane zjawisko.

ROZWIĄZANIE:

W zadaniu mowa jest o zjawisku nazywanym padaniem pod kątem Brewstera. Przy takim zjawisku, światło odbite jest całkowicie spolaryzowane poprzecznie, w płaszczyźnie równoległej do powierzchni dielektryka.

$$tg\alpha = n = \frac{n_2}{n_1} = 1,5$$

Porównując otrzymany wynik z tablicami wartości funkcji trygonometrycznych, najbliżej otrzymanemu wynikowi odpowiada funkcja $tg\ 56°$, zatem $\alpha \approx 56°$.

Zadanie 17.2. (1 pkt) Podaj poprawne zakończenie zdania.

Gdy zmienimy kąt padania promienia i powtórzymy obserwację promienia odbitego przez polaryzator, to podczas obrotu polaryzatora ...

ROZWIĄZANIE:

B. zaobserwujemy rozjaśnianie i przygaszanie obrazu, ale bez całkowitego wygaszania.

Zadanie 18. (3 pkt) Do sprawdzania banknotów stosuje się lampę wysyłającą promieniowanie ultrafioletowe o mocy 4 W i długości fali 312 nm. Oblicz, ile fotonów wytwarza ta lampa w czasie 1 sekundy.

ROZWIĄZANIE:

$$P = \frac{W}{t}$$
$$W = nh\nu \ \wedge \ \nu = \frac{c}{\lambda}$$
$$P = \frac{nhc}{t\lambda} \Rightarrow n = \frac{tP\lambda}{hc}$$
$$n = \frac{1[s]\cdot 4[W]\cdot 312[nm]}{6,63\cdot 10^{-34}[J\cdot s]\cdot 3\cdot 10^{8}\left[\frac{m}{s}\right]} \approx 6,27\cdot 10^{18}$$

W czasie 1 sekundy lampa produkuje około $6,27\cdot 10^{18}$ fotonów.

Zadanie 19.1. (2 pkt) Odczytaj z wykresów i zapisz:

ROZWIĄZANIE:

- czas połowicznego zaniku dla ^{131}I:
  $T_{1/2} = 8dni$
- efektywny czas połowicznego zaniku w tarczycy pacjenta z wykresu *2*; zauważ, że maksimum aktywności jodu w tarczycy jest przesunięte.
  $T_{eff} = 5dni$

Zadanie 19.2. (2 pkt) Jądro ^{131}I rozpada się, emitując elektron, kwant γ oraz antyneutrino elektronowe ($\tilde{\nu}_e$) – obojętną cząstkę o znikomej masie. Uzupełnij schemat.

ROZWIĄZANIE:

$$^{131}_{53}I \rightarrow ^{131}_{54}Xe + ^{0}_{-1}e + \gamma + \tilde{\nu}_e$$

Zadanie 20.1 (2 pkt) W efekcie zderzenia elektronu z pozytonem następuje zjawisko anihilacji, w wyniku którego te cząsteczki ulegają przemianie w dwa kwanty promieniowania elektromagnetycznego. Oblicz łączną energię tych kwantów. Przyjmij, że prędkości obu cząstek w chwili zderzenia były niewielkie.

ROZWIĄZANIE:

W tym zadaniu należy rozpatrzyć równoważność masy i energii. W wypadku anihilacji cząsteczki znikają, a energia, do tej pory zmagazynowana w postaci masy, zostaje uwolniona.

$$E_c = 2m_e c^2 = 2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}\,[kg] \cdot \left(3 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]\right)^2$$
$$E_c \approx 1,64 \cdot 10^{-13}\,[J]$$

Zadanie 20.2. (3 pkt) Oblicz wartość przyspieszenia, z jakim będą poruszać się elektron i pozyton, jeżeli znajdą się one w odległości 1 cm od siebie. Uwzględnij tylko siłę wzajemnego przyciągania elektrostatycznego tych cząstek.

ROZWIĄZANIE:

$$m_e a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{d^2} \Rightarrow a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{m_e d^2}$$
$$a = \frac{1}{4{\cdot}3{,}14{\cdot}8{,}85{\cdot}10^{-12}\left[\frac{C^2}{N\cdot m^2}\right]}\frac{\left(1{,}6{\cdot}10^{-19}[C]\right)^2}{9{,}11{\cdot}10^{-31}[kg]{\cdot}(0{,}01[m])^2} \approx 2,53 \cdot 10^6 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$