Politechnika
Warszawska
Wydział Fizyki

Proponowane rozwiązania
Matura 2013
FIZYKA
Poziom rozszerzony

Autorzy:
prof. dr hab. Jerzy Jasiński
inż. Przemysław Michalski
Robert Chudek

Warszawa, maj 2013

Zadanie 1. Motorówka

Na wykresie przedstawiono zależność wartości prędkości motorówki względem brzegu od czasu. Motorówka pływała wzdłuż prostoliniowego brzegu rzeki z prądem i pod prąd. Przez cały czas silnik motorówki pracował z pełną mocą i wartość prędkości motorówki względem wody była stała. Prędkość wody w rzece także była stała i mniejsza od prędkości motorówki względem wody.

Zadanie 1.1
Oblicz drogę, jaką przebyła motorówka w czasie 30 minut ruchu.

ROZWIĄZANIE
Oznaczmy przez v_1 prędkość motorówki z prądem (względem brzegu), przez v_2 pod prąd (względem brzegu). Oczywiście, $v_1 = 5$ m/s, a $v_2 = 3$ m/s.

Całkowita droga przebyta przez motorówkę jest równa sumie dróg „z prądem” i „pod prąd”:

$$\begin{aligned} s &= v_1 t_1 + v_2 t_2 \\ s &= 5\ \mathrm{m/s} \cdot 10\ \mathrm{min} + 3\ \mathrm{m/s} \cdot 20\ \mathrm{min} \\ s &= 5\ \mathrm{m/s} \cdot 600\ \mathrm{s} + 3\ \mathrm{m/s} \cdot 1200\ \mathrm{sek} \\ s &= 3000\ \mathrm{m} + 3600\ \mathrm{m} = 6600\ \mathrm{m} \end{aligned}$$

Zadanie 1.2
Oblicz wartość prędkości motorówki względem wody.

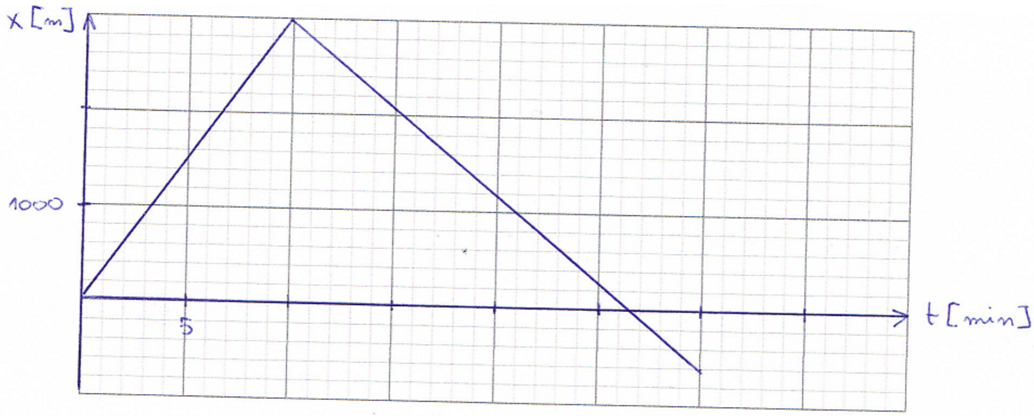
ROZWIĄZANIE
Oznaczmy przez v prędkość motorówki względem wody, a przez u – prędkość nurtu. Wtedy:

$$\begin{aligned} v_1 &= v + u \\ v_2 &= v - u \end{aligned}$$

Rozwiązując ten układ równań, $v = 4$ m/s, $u = 1$ m/s. Prędkość motorówki względem wody wynosi zatem 4 m/s.

Zadanie 1.3
Narysuj wykres zależności położenia x motorówki od czasu t. Przyjmij, że oś x jest zwrócona zgodnie z nurtem rzeki, a ruch rozpoczyna się w punkcie $x_0 = 0$.

ROZWIĄZANIE



Zadanie 1.4
Z przystani **A** wyruszają jednocześnie z jednakową i stałą prędkością v względem wody dwie motorówki. Jedna płynie po jeziorze, a druga – po rzece płynącej z **A** do **B** z prędkością u względem brzegu. Po dopłynięciu do przystani **B** motorówki zawracają. Ustal, która motorówka wcześniej powróci do przystani **A**.
Odpowiedź uzasadnij, zapisując odpowiednie zależności.

ROZWIĄZANIE
Wcześniej powróci motorówka płynąca po jeziorze.

Oznaczmy przez t_j całkowity czas płynięcia po jeziorze (z **A** do **B** i z **B** do **A**), przez t_{r1} i t_{r2} czasy płynięcia po rzece, z **A** do **B** i **B** do **A** odpowiednio, a przez l – drogę od **A** do **B**. Wtedy:

$$\begin{aligned} 2l &= vt_j \\ l &= v_1 t_{r1} \\ l &= v_2 t_{r2} \end{aligned}$$

Drugie i trzecie równanie można do siebie dodać, otrzymując z lewej strony $2l$, po czym porównać je z pierwszym wyrażeniem:

$$vt_j = v_1 t_{r1} + v_2 t_{r2}$$

Korzystamy teraz ze związków dla v_1 i v_2 napisanych w zadaniu 1.2, a następnie grupujemy wyrazy z v i u:

$$\begin{aligned} vt_j &= (v+u)t_{r1} + (v-u)t_{r2} \\ v(t_j - t_{r1} - t_{r2}) &= u(t_{r1} - t_{r2}) \end{aligned}$$

Wyrażenie w nawiasie po prawej stronie jest ujemne – czas powrotu pod prąd jest na pewno większy, niż czas płynięcia z prądem. Ponieważ v i u mają ten sam znak, wyrażenie w nawiasie po lewej stronie również musi być ujemne. Stąd otrzymamy uzasadnienie odpowiedzi:

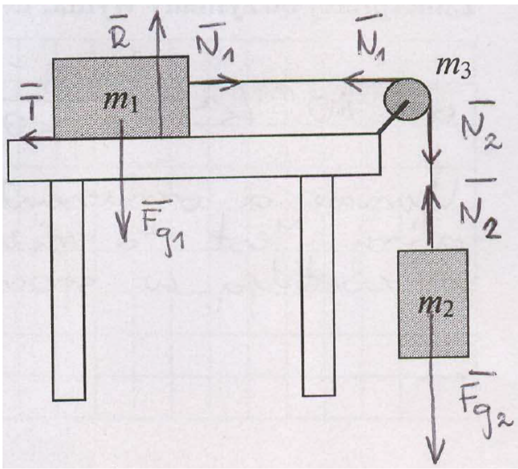
$$t_j - t_{r1} - t_{r2} < 0 \Rightarrow t_j < t_{r1} + t_{r2}$$

Zadanie 2. Dwie skrzynki i blok

Do krawędzi stołu przymocowany jest blok nieruchomy, będący jednorodnym krążkiem o masie m_3, obracającym się bez tarcia. Przez blok przełożona jest bardzo lekka i nierozciągliwa nitka, której jeden koniec doczepiony jest do skrzynki o masie m_1, a drugi – do skrzynki o masie m_2. Pierwsza skrzynka leży na stole, a druga wisi na lince (rys. poniżej). Współczynnik tarcia pierwszej skrzynki o stół oznaczamy jako μ (bez rozróżnienia współczynników tarcia statycznego i dynamicznego). Moment bezwładności jednorodnego krążka (lub walca) względem jego osi wyraża się wzorem $I = mR^2$, gdzie R jest promieniem krążka, a m – jego masą. W chwili początkowej obie skrzynki były nieruchome.

Zadanie 2.1
Skrzynki zaczęły się poruszać. Dorysuj i opisz wektory sił działających na obydwie skrzynki wzdłuż ich kierunków ruchu.

ROZWIĄZANIE
F_g – siły ciężkości, N – siły naciągu nici (przy czym, jeżeli skrzynie są w ruchu to $F_{g1} < N_2 < N_1 < T$, T – tarcie pomiędzy stołem a skrzynią, R – siła reakcji podłoża (stołu) na siłę ciężkości skrzyni



Zadanie 2.2
Wykaż, że podczas ruchu skrzynek ich przyspieszenie można wyrazić wzorem

$$a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m_3} \cdot g$$

Skorzystaj ze wzorów wyrażających II zasadę dynamiki dla bloku, pierwszej i drugiej skrzynki.

ROZWIĄZANIE

Zapisujemy II zasadę dynamiki dla poszczególnych elementów (skrzynka I, skrzynka II, bloczek) oraz dodatkowo, równanie wiążące ruch postępowy z ruchem obrotowym (ostatnie):

$$\begin{aligned} m_1 a &= N_1 - \mu m_1 g \\ m_2 a &= m_2 g - N_2 \\ I\varepsilon &= N_2 R - N_1 R \\ \varepsilon &= \frac{a}{R} \end{aligned}$$

Do trzeciego równania wstawiamy podany wzór na I oraz czwarte równanie. Pierwsze dwa równania dodajemy.

$$\begin{aligned} m_1 a + m_2 a &= N_1 - \mu m_1 g + m_2 g - N_2 \\ \frac{1}{2} m_3 R^2 \frac{a}{R} &= N_2 R - N_1 R \end{aligned}$$

Z (nowego) drugiego równania możemy wyeliminować R. Zauważamy wtedy, że pozostały wyraz $(N_1 - N_2)$ występuje również w pierwszym równaniu (z przeciwnym znakiem) – zatem wstawiamy go tam.

$$m_1 a + m_2 a = -\mu m_1 g + m_2 g - \frac{1}{2} m_3 a$$

Po przeniesieniu wyrazów z a na jedną stronę, a z g na drugą, otrzymujemy wzór, który należało wykazać:

$$a(m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m_3) = g(m_2 - \mu m_1) \Rightarrow a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m_3} g$$

Zadanie 2.3

Blok zastąpiono innym – o tej samej masie i promieniu, ale cieńszym bliżej osi, a grubszym na obrzeżu. Oba bloki są wykonane z jednorodnego materiału, a obok zostały przedstawione w przekroju. Określ, czy zastąpienie bloku 1 przez blok 2 spowodowało wzrost przyspieszenia układu, czy spadek, czy też przyspieszenie się nie zmieniło. Uzasadnij odpowiedź.

ROZWIĄZANIE

Blok 2 ma większy moment bezwładności – większa część masy znajduje się dalej od osi obrotu. Wynika z tego, że przyspieszenie w układzie musi zmaleć, gdyż te same siły naciągu nici spowodują mniejsze przyspieszenie bloczka.

Zadanie 2.4

Oblicz wartość przyspieszenia określonego wzorem z zadania 2.2 dla następujących danych: $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 0{,}4$ kg, $m_3 = 0{,}5$ kg, $\mu = 0{,}3$.

Zinterpretuj otrzymany wynik, uwzględniając fakt, że skrzynki początkowo spoczywały.

ROZWIĄZANIE
Podstawiając dane do wzoru z zadania 2.2 otrzymujemy $a = -0{,}75$ m/s^2. Ujemna wartość przyspieszenia oznaczałaby, że skrzynka 2 jest wciągana na górę. Jest to oczywiście fizycznie niemożliwe, układ zatem nadal pozostaje w spoczynku.

Zadanie 2.5
Oznaczmy przez N_1 siłę napięcia poziomego odcinka linki, a przez N_2 – siłę napięcia pionowego odcinka linki. Podkreśl właściwe wyrażenia w poniższych zdaniach.

ROZWIĄZANIE
równa sile N_2
mniejsza od siły N_2

Zadanie 3. Gaz doskonały

Gazy rzeczywiste w pewnym zakresie parametrów można traktować jako gaz doskonały (idealny). Temperatura gazu doskonałego T jest proporcjonalna do średniej energii kinetycznej ruchu postępowego jego cząsteczek. Dla gazu doskonałego spełnione jest równanie Clapeyrona.

Zadanie 3.1
Uzupełnij zdania, podkreślając poprawne stwierdzenia, tak aby opisywały gaz według modelu gazu doskonałego.

ROZWIĄZANIE
pomijamy
tylko podczas zderzeń
sprężyste

Zadanie 3.2
Powietrze jest mieszaniną gazów, m.in. tlenu O_2 (masa molowa 32 g/mol), azotu N_2 (masa molowa 28 g/mol) i argonu Ar (masa molowa 40 g/mol). Określ zależność między średnimi prędkościami tych cząsteczek, wpisując w lukach znaki wybrane spośród =, > i <.

ROZWIĄZANIE

$$v_{argonu} < v_{tlenu} < v_{azotu}$$

Zadanie 3.3
Podane wyżej wykresy przedstawiają tzw. rozkład Maxwella.

Na osi pionowej odłożono liczbę cząsteczek gazu, których wartości prędkości leżą w przedziale v do $v + \Delta v$, dla szerokości przedziału Δv równej 1 m/s. Wykresy wykonano dla jednego miliona cząsteczek gazu o temperaturze T_1 i o temperaturze T_2.
Podaj, która z temperatur T_1 i T_2 jest wyższa. Uzasadnij odpowiedź.

ROZWIĄZANIE
Temperatura T_2 jest wyższa, gdyż cząstki tego gazu mają (średnio) wyższe prędkości niż dla gazu o temperaturze T_1.

Zadanie 3.4
Jeden mol gazu doskonałego o temperaturze początkowej $t_1 = 27$ °C i ciśnieniu początkowym $p_1 = 1000$ hPa ogrzano izobarycznie o 300 °C, a następnie izochorycznie o kolejne 300 °C. Oblicz końcowe ciśnienie gazu p_3.

ROZWIĄZANIE
Obliczamy temperaturę początkową w kelwinach ($27 + 273 = 300$ K). W procesie izobarycznym ciśnienie gazu nie ulegnie zmianie i nadal będzie wynosiło $p_1 = p_2 = 1000$ hPa. W procesie izochorycznym, objętość gazu pozostanie stała, a ciśnienie będzie zależeć liniowo od temperatury, co wynika z równania Clapeyrona:

$$pV = nRT,\ nR = const, V = const \Rightarrow \frac{p}{T} = const$$

Przed przemianą izochoryczną temperatura gazu wynosiła $T_2 = 600$ K (temperatura początkowa 300 K + podgrzanie o 300 K), a po przemianie – $T_3 = 900$K. Mamy zatem:

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2} = 1000 \text{ hPa} \cdot \frac{900 \text{ K}}{600 \text{ K}} = 1500 \text{ hPa}$$

Informacja do zadań 3.5 i 3.6

Dla gazu rzeczywistego zamiast równania Clapeyrona stosuje się równanie van der Waalsa, które dla n moli gazu ma postać $\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right) \cdot (V - bn) = nRT$. Współczynniki a i b uwzględniają odstępstwa od modelu gazu doskonałego dla gazów rzeczywistych i zależą od rodzaju gazu, np. dla dwutlenku węgla wynoszą odpowiednio $a = 0,36\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^4}{\text{mol}^2}$ i $b = 4,3 \cdot 10^{-5}\ \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$.

Zadanie 3.5
Korzystając z równania van der Waalsa, oblicz ciśnienie 1 mola dwutlenku węgla o temperaturze 300 K, zamkniętego w zbiorniku o objętości 2 dm^3.

ROZWIĄZANIE
Z równania van der Waalsa wyznaczamy ciśnienie i podstawiamy dane. Wcześniej przeliczamy je na jednostki podstawowe układu SI:

$$2\ \mathrm{dm}^3 = 2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$$
$$p = \frac{nRT}{V - bn} - \frac{an^2}{V^2}$$
$$p = \frac{1\ \mathrm{mol} \cdot 8,31\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol \cdot K}} \cdot 300\ \mathrm{K}}{2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 - 4,3 \cdot 10^{-5} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{mol}} \cdot 1\ \mathrm{mol}} - \frac{0,36\ \frac{\mathrm{N \cdot m^4}}{\mathrm{mol}^2} \cdot 1\ \mathrm{mol}^2}{4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^6}$$

Sprowadzamy wyrażenia w mianowniku pierwszego ułamka do jednakowej potęgi i dopiero potem je odejmujemy.

$$p = \frac{1\ \mathrm{mol} \cdot 8,31\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot K} \cdot 300\ \mathrm{K}}{200 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3 - 4,3 \cdot 10^{-5} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{mol}} \cdot 1\ \mathrm{mol}} - \frac{0,36\ \frac{\mathrm{N \cdot m^4}}{\mathrm{mol}^2} \cdot 1\ \mathrm{mol}^2}{4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^6}$$

W wyniku obliczeń otrzymujemy $p =$ 1,184 MPa.

Zadanie 3.6
Przyjmijmy, że gaz stosuje się do modelu gazu doskonałego, gdy ciśnienie gazu obliczone z równania Clapeyrona nie różni się od ciśnienia rzeczywistego o więcej niż 10%. Dla 1 mola pewnego fazu rzeczywistego o temperaturze 300 K zamkniętego w zbiorniku o objętości 2 dm^3 ciśnienie jest równe 1,15 MPa. Wykonaj niezbędne obliczenia i ustal, czy ten gaz może być traktowany jak gaz doskonały.

ROZWIĄZANIE
Zaczynamy od zapisania objętości w jednostkach podstawowych układu SI. Następnie wyznaczamy ciśnienie z równania Clapeyrona i podstawiamy:

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{1\ \mathrm{mol} \cdot 8,31\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol \cdot K}} \cdot 300\ \mathrm{K}}{2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3} = 1246,5 \cdot 10^3\ \mathrm{Pa} = 1,247\ \mathrm{MPa}$$

Oznaczmy teraz przez p_c ciśnienie obliczone z równania Clapeyrona, a przez p_r – ciśnienie rzeczywistego gazu. Obliczamy jaki procent p_r stanowi p_c:

$$x = \frac{p_c - p_r}{p_r} = \frac{1,247 - 1,15}{1,15} = 0,08 \Rightarrow 8\%$$

Według przyjętego założenia, gaz można zatem potraktować jako doskonały.

Zadanie 4. Przepływ ciepła

Zadanie 4.1
Wpisz właściwe nazwy procesów cieplnych oznaczonych na rysunku numerami 1 – 3.

ROZWIĄZANIE
konwekcja
przewodzenie ciepła
promieniowanie

Informacja do zadań 4.2 – 4.5

Ilość ciepła przepływająca w czasie Δt przez ścianę o grubości d i powierzchni S, gdy różnica temperatur między powierzchniami ściany jest równa ΔT, można opisać wzorem

$$\Delta Q = k \cdot \frac{S}{d} \cdot \Delta t \cdot \Delta T$$

gdzie k jest współczynnikiem cieplnego przewodnictwa właściwego, zależnym od materiału ściany. Zakładamy, że temperatura każdego punktu ściany pozostaje stała w czasie.

Zadanie 4.2
Wyraź jednostkę współczynnika k występującego we wzorze w jednostkach podstawowych układu SI.

ROZWIĄZANIE
Przekształcamy powyższy wzór, aby otrzymać k:

$$k = \frac{\Delta Q d}{S \Delta t \Delta T}$$

Wyrażamy wielkości w nim występujące w jednostkach podstawowych układu SI:

$$\begin{aligned} [Q] &= \mathrm{J} = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \\ [d] &= \mathrm{m} \\ [S] &= \mathrm{m}^2 \\ [t] &= \mathrm{s} \\ [T] &= \mathrm{K} \end{aligned}$$

Wykonujemy rachunek na jednostkach:

$$[k] = \frac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{K}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^3 \cdot \mathrm{K}}$$

Zadanie 4.3
Wyjaśnij, odwołując się do mikroskopowych własności substancji, dlaczego materiały o porowatej budowie (np. styropian, gąbka lub puch) są złymi przewodnikami ciepła.

ROZWIĄZANIE
Materiały porowate zawierają w swojej strukturze dużą ilość powietrza, które jest złym przewodnikiem ciepła.

Zadanie 4.4
Ściana na powierzchnię 3 m $\times$ 5 m i grubość 30 cm, a wykonana jest z cegły ceramicznej, dla której współczynnik cieplnego przewodnictwa właściwego jest równy 0,77 W/(m·K). Oblicz moc cieplną (w watach) wyrażającą szybkość przepływu ciepła przez tę ścianę, gdy wewnątrz budynku temperatura jest równa +20 °C, a na zewnątrz jest równa -10 °C.

ROZWIĄZANIE
Zapisujemy wszystkie wielkości w jednostkach podstawowych układu SI (grubość d = 0,3 m). Obliczamy powierzchnię ściany $S = 15$ m^2 i różnicę temperatur $\Delta T = 30$ K. Moc cieplna to iloraz $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$. Zapisując zatem wzór na przepływ ciepła, otrzymujemy:

$$P_c = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{kS\Delta T}{d} = \frac{0,77\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m \cdot K}} \cdot 15\ \mathrm{m}^2 \cdot 30\ \mathrm{K}}{0,3\ \mathrm{m}}$$

Obliczenia dają wynik 1155 W.

Zadanie 4.5
Ściana składa się z dwóch warstw o grubościach d_1 i d_2 wykonanych z materiałów o współczynnikach cieplnego przewodnictwa właściwego równych odpowiednio k_1 i k_2, a różnica temperatur między zewnętrznymi powierzchniami wynosi $\Delta T = T_1 - T_3$. Wykaż, że prawdziwa jest zależność $\Delta Q\left(\frac{d_1}{k_1} + \frac{d_2}{k_2}\right) = S \cdot \Delta t \cdot \Delta T$

ROZWIĄZANIE
Ciepło przepływające przez całą ścianę przepływa przez każdą z warstw. Zapiszmy wzory określające ciepło dla każdej warstwy osobno i wyznaczmy z nich różnicę temperatur:

$$\begin{aligned}
\Delta Q &= \Delta Q_1 = \Delta Q_2 \\
\Delta Q_1 &= k_1 \frac{S}{d_1} \Delta t (T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 - T_1 = \frac{\Delta Q}{k_1} \frac{d_1}{S\Delta t} \\
\Delta Q_2 &= k_2 \frac{S}{d_2} \Delta t (T_3 - T_2) \Rightarrow T_3 - T_2 = \frac{\Delta Q}{k_2} \frac{d_2}{S\Delta t}
\end{aligned}$$

Zauważmy, że po dodaniu tych wzorów, wyraz T_2 znika, a pozostała różnica temperatur jest różnicą pomiędzy dwiema stronami całej ściany:

$$T_3 - T_1 = \Delta T = \frac{\Delta Q}{S\Delta t}\left(\frac{d_1}{k_1} + \frac{d_2}{k_2}\right)$$

Jest to zależność, którą należało wykazać – należy tylko przekształcić ją do postaci danej w treści zadania.

Zadanie 5. Agregat prądotwórczy

Do zasilania urządzeń elektrycznych w miejscach pozbawionych stacjonarnych sieci elektrycznych można wykorzystać agregat prądotwórczy, w którym silnik spalinowy obraca prądnicę. Poniżej przedstawiono wybrane dane techniczne takiego agregatu:

— silnik 4-suwowy, benzynowy, o mocy 9,5 kW = 12,9 KM (koni mechanicznych)
— obroty nominalne silnika i prądnicy agregatu 3000 obr/min
— napięcie skuteczne 230 V lub 400 V (zależnie od wyboru zacisków, z których czerpiemy prąd), częstotliwość 50 Hz ± 1 Hz
— maksymalna moc stała (dla długotrwałej pracy agregatu) 5,0 kW
— zużycie paliwa 2,5 l/h (litrów na godzinę) przy pobieraniu 2/3 maksymalnej mocy stałej
— poziom natężenia hałasu 70 dB (w odległości 10 m od agregatu).

Zadanie 5.1
Podaj nazwę zjawiska fizycznego będącego podstawą działania prądnicy prądu przemiennego.

ROZWIĄZANIE
Zjawiskiem tym jest zjawisko indukcji elektromagnetycznej.

Zadanie 5.2
Wpisz w odpowiedniej kolejności cyfry odpowiadające wymienionym wielkościom, tak aby schemat poprawnie przedstawiał przemiany energetyczne w pracującym agregacie.
1 – energia mechaniczna, 2 – ciepło, 3 – energia elektryczna, 4 – energia chemiczna

ROZWIĄZANIE

$$\boxed{4} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{3}$$

Zadanie 5.3
Koń mechaniczny (KM) jest jedną ze stosowanych jednostek mocy. 1 KM to moc urządzenia które w ciągu 1 s podnosi na wysokość 1 m ciało o pewnej masie m. Na podstawie tych informacji oraz podanego we wprowadzeniu przeliczenia mocy silnika na KM oblicz masę m.

ROZWIĄZANIE

$$9,5\ \mathrm{kW} = 12,9\ \mathrm{KM} \Rightarrow 1\ \mathrm{KM} = 736\ \mathrm{W}$$
$$1\ \mathrm{KM} = \frac{mgh}{\Delta t} \Rightarrow m = \frac{1\ \mathrm{KM}\cdot\Delta t}{gh}$$
$$m = \frac{736\ \mathrm{W}\cdot 1\ \mathrm{s}}{10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 1\ \mathrm{m}}$$

Zadanie 5.4
Oblicz największą skuteczną wartość natężenia prądu, jaki może dostarczyć agregat.

ROZWIĄZANIE
W zadaniu tym należy do obliczeń uwzględnić moc stałą dostarczanego prądu, a nie moc silnika spalinowego, zasilającego agregat. Ponadto, największe natężenie uzyska się przy najmniejszym dostarczanym napięciu, a zatem przy 230 V.

$$P = I_{sk}U_{sk} \Rightarrow I_{sk} = \frac{P}{U_{sk}}$$
$$I_{sk} = \frac{5\ \mathrm{kW}}{230\ \mathrm{V}} = 21,74\ \mathrm{A}$$

Zadanie 5.5
Wykaż, że podczas pracy agregatu liczba obrotów silnika spalinowego na minutę może wynosić od 2940 obr/min do 3060 obr/min.

ROZWIĄZANIE
Ponieważ częstotliwość prądu dostarczanego przez agregat wynosi 50 ± 1 Hz, oznacza to że prądnica pracuje z taką samą częstotliwością, a tym samym i silnik spalinowy.

$$f_{min} = 49\ \mathrm{Hz} \ \wedge\ f_{max} = 51\ \mathrm{Hz}$$
$$f_{min} = 49\ \frac{1}{s}\cdot 60\ \frac{s}{min} \ \wedge\ f_{max} = 51\ \frac{1}{s}\cdot 60\ \frac{s}{min}$$
$$f_{min} = 2940\ \frac{1}{min} \ \wedge\ f_{max} = 3060\ \frac{1}{min}$$

Zadanie 5.6
Wykaż, że całkowita sprawność agregatu prądotwórczego przy pobieraniu 2/3 maksymalnej mocy stałej wynosi około 16 %. W obliczeniach przyjmij, że podczas spalania 1 litra benzyny otrzymuje się ciepło równe 30 MJ.

ROZWIĄZANIE

$$P_{2/3} = \frac{2}{3}\cdot 5\ \mathrm{kW} = 3,33\ \mathrm{kW}$$
$$P_{spalania} = \frac{2,5\ \mathrm{l}\cdot 30\ \frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{l}}}{1\ \mathrm{h}} = \frac{75\ \mathrm{MJ}}{3600\ \mathrm{s}} = 20833\ \mathrm{W} = 20,83\ \mathrm{kW}$$
$$\eta = \frac{P_{2/3}}{P_{spalania}}\cdot 100\ \% = \frac{3,33\ \mathrm{kW}}{20,83\ \mathrm{kW}}\cdot 100\ \% = 16\ \%$$

Zadanie 5.7
Sprawność mechaniczna silnika benzynowego agregatu prądotwórczego wynosi około 32 %, a **całkowita** sprawność agregatu wynosi 16 %. Oblicz sprawność prądnicy agregatu.

ROZWIĄZANIE

$$\eta_c = \eta_{silnika}\, \eta_{pradnicy} \Rightarrow \eta_{pradnicy} = \frac{\eta_c}{\eta_{silnika}}$$

$$\eta_{pradnicy} = \frac{0,16}{0,32} = 0,5 = 50\%$$

Zadanie 5.8
Oblicz poziom natężenia hałasu w odległości 1 m od pracującego agregatu. Załóż, że dźwięk rozchodzi się jednakowo we wszystkich kierunkach.

ROZWIĄZANIE

$$L = 10 \log \frac{I_z}{I_0} \quad \wedge \quad I_0 = 10^{-12}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

$$\frac{I_z}{I_0} = 10^{\frac{L}{10}} \Rightarrow I_z = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}}$$

$$I_z = 10^{-12}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \cdot 10^{\frac{70}{10}}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 10^{-5}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Ponieważ dźwięk rozchodzi się jednakowo we wszystkich kierunkach (zgodnie z założeniem zadania), to oznacza to, że jest falą sferyczną rozbieżną, a tym samym obowiązuje go prawo odwrotnych kwadratów.

$$I(r) = I' \frac{1}{4\pi r^2} \Rightarrow I' = 4I(r)\,\pi r^2$$

W odległości 10 m: $I(10\ \mathrm{m}) = I_z$ i jednocześnie spełnia wcześniej wyprowadzony z prawa odwrotnych kwadratów wzór $I' = 4I(10\ \mathrm{m})\,\pi \cdot (10\ \mathrm{m})^2$.

$$I' = 4\pi \cdot 100\ \mathrm{m}^2 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 12,56 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{W}$$

Aby wyliczyć natężenie dźwięku w odległości 1 m, należy energię dla 10 m podzielić przez powierzchnię czoła fali dla 1 m. Tym samym, ponieważ fala podlega zasadzie zachowania energii, wyliczmy ilość energii na jednostkę powierzchni w odległości 1 m.

$$I(1\ \mathrm{m}) = \frac{12,57 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{W}}{12,57\ \mathrm{m}^2} = 10^{-3}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

$$L(1\ \mathrm{m}) = 10 \log \frac{I(1\ \mathrm{m})}{I_0} = 10 \log \frac{10^{-3}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}}{10^{-12}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}} = 90\ \mathrm{dB}$$

Zadanie 6. Słońce

Przypuszcza się, że Słońce powstało około 4,6 miliarda lat temu z obłoku gazu i pyłu nazywanego protogwiazdą. Po trwającym kilkadziesiąt milionów lat okresie kurczenia się obłoku Słońce stało się gwiazdą ciągu głównego. Zawartość wodoru w jądrze młodego Słońca wynosiła ok. 73%, a obecnie w wyniku ciągu reakcji termojądrowych spadła do 40%. Około 98% energii w Słońcu jest produkowane w cyklu p-p, w którym z czterech protonów powstaje jądro helu. Cykl ten jest wydajniejszy w temperaturach jądra gwiazdy rzędu 10^7 K, natomiast w wyższych temperaturach (występujących w gwiazdach o masach większych niż Słońce) bardziej wydajny jest cykl CNO (węglowo-azotowy). Gdy zapasy wodoru się wyczerpią, co nastąpi po kolejnych 5 mld lat, Słońce zmieni się w czerwonego olbrzyma i po odrzuceniu zewnętrznych warstw tworzących mgławicę planetarną zacznie zapadać się pod własnym ciężarem, przeistaczając się w białego karła. Następnie przez wiele miliardów lat będzie nadal stygło, stając się brązowym, a później czarnym karłem.

Zadanie 6.1

Na wykresie Hertzsprunga-Russela przedstawiono ewolucję Słońca. Uzupełnij opis, wpisując w odpowiedniej kolejności właściwe nazwy etapów ewolucji, odpowiadające numerom na wykresie.

ROZWIĄZANIE

1. gwiazda ciągu głównego
2. czerwony olbrzym
3. biały karzeł
4. brązowy karzeł
5. czarny karzeł

KOMENTARZ AUTORA ROZWIĄZANIA

Według obecnego stanu wiedzy nie istnieją gwiazdy określone jako czarne karły (czas stygnięcia gwiazdy do etapu czarnego karła byłby prawdopodobnie dłuższy niż czas życia Wszechświata). Brązowy karzeł z kolei nie jest kolejnym etapem życia białego karła, lecz tworem, który miał zbyt małą masę, by zaczęły zachodzić w nim reakcje termojądrowe, potrzebne do stabilnej pracy gwiazdy na ciągu głównym.

Zadanie 6.2

Uzupełnij schematy reakcji jądrowych cyklu CNO.

ROZWIĄZANIE

$$
\begin{aligned}
&{}^1_1p +{}^{12}_6 C \to {}^{13}_7N \to{}^{13}_6 C + \beta^+ + \nu_e\\
&{}^1_1p +{}^{13}_6 C \to {}^{14}_7N\\
&{}^1_1p +{}^{14}_7 N \to {}^{15}_8O \to{}^{15}_7 N + \beta^+ + \nu_e\\
&{}^1_1p +{}^{15}_7 N \to {}^{12}_6C +{}^4_2 He
\end{aligned}
$$

Zadanie 6.3
Zawarty we wprowadzeniu do zadania opis cyklu *p-p* „z czterech protonów powstaje jądro helu" jest uproszczeniem, w którym pominięto pewne inne cząstki uczestniczące w tym cyklu.
a) Z czterech protonów nie może powstać jądro helu, ani tylko jądro helu oraz energia w postaci kwantów promieniowania elektromagnetycznego lub neutrin. Napisz nazwę prawa fizycznego, które opisuje to ograniczenie.
b) Napisz nazwy dwóch różnych rodzajów lekkich cząstek, które oprócz jądra helu powstają z czterech protonów.

ROZWIĄZANIE
a) zasada zachowania ładunku
b) pozyton, neutrino elektronowe

Zadanie 6.4
Odwołując się do budowy jąder atomowych, wyjaśnij:
a) dlaczego reakcje syntezy mogą zachodzić tylko w wysokich temperaturach.
b) dlaczego cykl CNO wymaga wyższych temperatur niż cykl *p-p*.

ROZWIĄZANIE
a) Jądra atomowe składają się z dodatnio naładowanych protonów i neutronów. Pomiędzy protonami zachodzi elektrostatyczne odpychanie. Aby przeprowadzić reakcję syntezy należy zbliżyć dwa jądra atomowe na bardzo małą odległość, co, z powodu odpychania, wymaga bardzo dużych energii. Jądra mają takie energie (termiczne) dopiero w wysokich temperaturach, rzędu 10^7 K.
b) Ponieważ jądra węgla, azotu i tlenu składają się z wielu protonów, odpychanie jest silniejsze i potrzeba wyższych energii (czyli temperatur) na zajście reakcji.

Zadanie 6.5
Iloraz energii wiązania jądra atomowego ΔE przez liczbę masową jądra A nazywamy właściwą energią wiązania jądra. Wybierz i podkreśl poprawny wykres przedstawiający schematycznie zależność właściwej energii wiązania od liczby masowej jąder atomowych.
Napisz, dlaczego energię jądrową możemy uzyskiwać w procesach rozpadu jąder ciężkich i syntezy jąder lekkich.

ROZWIĄZANIE
Zarówno synteza jąder lekkich, jak i rozpad ciężkich prowadzi do powstania jąder bardziej związanych (o większej energii wiązania). Różnica energii wiązania daje nadwyżkę energii, którą można efektywnie wykorzystać.